

# LA MORTALITAT A CATALUNYA: DESCRIPCIÓ I COMPARACIÓ PER EDAT I SEXE

Montserrat Rué i Monné<sup>1</sup>/ Antoni Alegre i Escolano<sup>2</sup>/ Glòria Pérez i Albarracín<sup>3</sup>

Servei d'Epidemiologia i Informació Clíniques. Consorci Hospitalari Parc Taulí. Sabadell (Barcelona).

Departament de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial. Facultat de Ciències Econòmiques i Empresariales.

Universitat de Barcelona. Servei d'Informació i Estudis. Direcció General de Recursos Sanitaris. Departament de Sanitat i Seguretat Social. Generalitat de Catalunya.

## Resum

**Objectiu**—Avaluar l'ajust de les lleis paramètriques de mortalitat proposades per Heligman i Pollard a l'experiència de mortalitat de Catalunya, per tal d'utilitzar-les per descriure i comparar la mortalitat a Catalunya per edat i sexe, en els períodes 1985-1986 i 1990-1991.

**Material i mètode**—Les fonts d'informació han estat les estadístiques de mortalitat, el Padró de 1986 i el Cens de 1991 de Catalunya. Les probabilitats condicionals de morir observades s'han ajustat mitjançant les lleis paramètriques que van formular Heligman i Pollard. Aquestes lleis informen dels trets característics de la mortalitat en la infantesa, la joventut i les edats adultes. La bondat de l'ajust s'ha avaluat amb el test  $\chi^2$ , «sign test», test d'Steven i determinació dels «outliers».

**Resultats**—A Catalunya, entre els períodes 1985-86 i 1990-91 s'ha produït un augment de la probabilitat de morir entre les edats de 16 a 40 anys, el qual ha estat més marcat entre els homes. En les edats superiors als

40 anys, en els homes, la probabilitat de morir s'ha mantingut estable, en canvi, en les dones ha disminuït. En la infantesa la mortalitat ha disminuït molt lleugerament entre els dos períodes. L'esperança de vida en néixer, en el homes, ha passat de 74,12 anys en el període 1985-86 a 73,85 anys en el període 1990-91. En canvi, en les dones, l'esperança de vida en néixer ha passat de 80,08 anys a 80,88 anys entre els dos períodes. Aquesta evolució oposada de la mortalitat ha augmentat les diferències en la mortalitat per sexes.

**Conclusions**—Les lleis de Heligman i Pollard s'han mostrat útils per descriure la mortalitat per edat i sexe de manera més detallada i per analitzar l'evolució del fenomen en el temps. L'evolució desfavorable de la mortalitat entre els homes joves residents a Catalunya ha contribuït a invertir la tendència creixent de l'esperança de vida en néixer en el segle vint.

**Paraules clau:** Lleis paramètriques de mortalitat. Models de Heligman-Pollard. Diferències en mortalitat.

## LA MORTALIDAD EN CATALUÑA: DESCRIPCIÓN Y COMPARACIÓN SEGÚN EDAD Y SEXO

### Resumen

**Objetivo**—Evaluar el ajuste de las leyes paramétricas de mortalidad propuestas por Heligman y Pollard a la experiencia de mortalidad de Cataluña, con el fin de utilizarlas para describir y comparar la mortalidad en Cataluña por edad y sexo, en los períodos 1985-1986 y 1990-1991.

**Material y método**—Las fuentes de información utilizadas han sido las estadísticas de mortalidad, el Padrón de 1986 y el Censo de 1991 de Cataluña. Las probabilidades de morir observadas se han ajustado mediante las leyes paramétricas de mortalidad formuladas por Heligman y Pollard. Estas leyes informan de los rasgos característicos de la mortalidad en la infancia, la juventud y las edades adultas. La bondad del ajuste se ha evaluado mediante el test  $\chi^2$ , «sign test», test de Steven y determinación de «outliers».

## MORTALITY EXPERIENCE OF CATALONIA: DESCRIPTION AND COMPARISON BY AGE AND GENDER

### Summary

**Objective**—To assess the fit of the parametric mortality laws proposed by Heligman and Pollard to the mortality experience of Catalonia (Spain) with the goal of describing and comparing mortality by age and gender, in the time periods 1985-86 and 1990-91.

**Data and methods**—The data were obtained from the official mortality Registry and population Census for the respective years. Observed conditional probabilities of dying by age and gender were adjusted using the parametric mortality laws formulated by Heligman and Pollard. These laws provide information about mortality characteristics in childhood, in youth and in adults. Goodness of fit of the models was assessed using chi-square, sign, and Steven's tests. Significant outliers were also determined and considered in the analysis.

*Correspondència:* Montserrat Rué i Monné. Servei d'Epidemiologia i Informació Clíniques. Consorci Hospitalari Parc Taulí. 08208 Sabadell.

Aquest treball ha estat finançat en part per l'ajut/ Este trabajo ha sido financiado en parte por la ayuda P13591-0321 de la CICYT.

**Resultados**—En Cataluña, entre los periodos 1985-86 y 1990-91 se ha producido un aumento de la probabilidad de morir entre las edades de 16 a 40 años, el cual ha sido más marcado entre los hombres. En las edades superiores a los 40 años, en los hombres, la probabilidad de morir se ha mantenido estable, en cambio, en las mujeres ha disminuido. En la infancia la mortalidad ha disminuido muy ligeramente entre los dos periodos. La esperanza de vida al nacer, en los hombres, ha pasado de 74,12 años en el periodo 1985-86 a 73,85 años en el periodo 1990-91. En cambio, en las mujeres, la esperanza de vida al nacer ha pasado de 80,08 años a 80,88 años entre los dos periodos. Esta evolución opuesta de la mortalidad ha aumentado las diferencias en la mortalidad por sexo.

**Conclusiones**—Las leyes de Heligman y Pollard se han mostrado útiles para describir la mortalidad por edad y sexo de forma más detallada y para analizar la evolución del fenómeno en el tiempo. La evolución desfavorable de la mortalidad entre los hombres jóvenes residentes en Cataluña ha contribuido a invertir la tendencia creciente de la esperanza de vida al nacer en el siglo veinte

**Palabras clave:** Leyes paramétricas de mortalidad. Modelos de Heligman-Pollard. Diferencias en mortalidad.

**Results:** In Catalonia from 1985-86 to 1990-91 the probability of dying increased among people aged 16 to 40 years, this being higher in males as compared to females. For people older than 40 years of age the probability of dying in males did not change, but decreased for females. In this time period, the probability of dying slightly decreased during childhood. The life expectancy at birth for males decreased from 74.12 years in 1985-86 to 73.85 years in 1990-91. In contrast, the life expectancy at birth for females increased from 80.08 years in 1985-86 to 80.88 in 1990-91, thus widening mortality differences by gender.

**Conclusions:** Heligman and Pollard laws of mortality are useful in describing mortality by age and gender, as well as in analyzing the evolution of mortality over time. The unfavorable evolution of mortality among young men living in Catalonia has contributed to reversing the trend of life expectancy at birth in the twentieth century.

**Keywords:** Parametric mortality laws. Heligman-Pollard models. Mortality differences.

## Introducció

La mortalitat varia en relació a una sèrie de factors individuals i ambientals com ara el sexe, l'edat, l'estat civil, el lloc de naixement i de residència, l'ocupació, el nivell socio-econòmic, els estils de vida i els avenços mèdics. La incertesa del moment en què es produirà la mort d'una persona fa que la mortalitat es pugui tractar com un fenomen aleatori. Sota aquest punt de vista, cada individu es troba sotmés a una probabilitat determinada de morir i aquesta varia en funció de les característiques personals i ambientals.

Quan s'observa un fenomen probabilístic en una població concreta es parla d'una mostra. Així, les defuncions observades en una població en un període de temps donat, formen una de les múltiples mostres que el fenomen mortalitat hauria pogut generar. Per exemple, d'un any a l'altre pot ser que la probabilitat de morir segons l'edat en una població no hagi canviat i això no obstant, el nombre de defuncions observades pot ser diferent de l'esperat segons el model probabilístic. La diferència entre el valor observat i l'esperat és l'anomenat error mostral o aleatori.

Les lleis de mortalitat són expressions matemàtiques que relacionen la probabilitat de morir amb variables demogràfiques com l'edat, el sexe, o

## Introducción

La mortalidad varía en relación a una serie de factores individuales y ambientales como, por ejemplo el sexo, la edad, el estado civil, el lugar de nacimiento y de residencia, la ocupación, el nivel socio-económico, el estilo de vida y los nuevos conocimientos médicos. La incertidumbre del momento en que se producirá la muerte de una persona hace que la mortalidad se pueda tratar como un fenómeno aleatorio. Bajo este punto de vista, cada individuo se encuentra sometido a una probabilidad determinada de morir que varía en función de las características personales y ambientales.

Cuando se observa un fenómeno probabilístico en una población concreta se obtiene una muestra. Así, las defunciones observadas en una población en un periodo de tiempo dado, forman una de las múltiples muestras que el fenómeno mortalidad hubiera podido generar. Por ejemplo, de un año a otro puede ser que la probabilidad de morir según la edad en una población no haya variado y no obstante, el número de defunciones observadas puede ser diferente del esperado según el modelo probabilístico. La diferencia entre el valor observado y el esperado es el denominado error muestral o aleatorio.

Las leyes de mortalidad son expresiones matemáticas que relacionan la probabilidad de morir con variables demográficas como la edad, el sexo, la

l'ocupació. Quan els paràmetres d'aquestes lleis s'estimen a partir de les dades observades, mitjançant un mètode d'ajust, s'obté una descripció sintètica de l'experiència de mortalitat d'una població. A més, mitjançant l'ajust d'una llei de mortalitat es poden assolir altres objectius, per exemple, eliminar irregularitats en les dades (fruit de variacions aleatòries o d'errors de les fonts d'informació emprades), fer inferència en cas de tenir dades incompletes, facilitar les comparacions de la mortalitat de diferents poblacions i obtenir projeccions de la mortalitat<sup>1,2</sup>.

La primera contribució important a l'ajust de les lleis de mortalitat la va fer Benjamin Gompertz<sup>3</sup>. La llei de Gompertz  $\mu_x = Bc^x$ , on  $\mu_x$  és la probabilitat instantània condicional de morir (també anomenada força de mortalitat), assumeix que la probabilitat de morir augmenta proporcionalment amb l'edat. Més endavant, Makeham<sup>4</sup> va introduir un nou paràmetre a la llei de Gompertz  $\mu_x = A + Bc^x$ , per reflectir una component de la mortalitat constant a totes les edats com podia ser, en aquella època, la mortalitat per causes externes.

La utilitat d'aquestes lleis per resumir i comparar la mortalitat va ser reconeguda per gran part dels actuaris i demògrafs dels segles passat i actual. Una limitació, però, de les lleis de Gompertz i de Makeham és que són funcions monòtones creixents, mentre que, en canvi, la mortalitat evoluciona decreixent en les edats primeres de la vida i creixent a partir de l'adolescència. Per tant, l'ajust amb les lleis esmentades només es pot fer en les edats adultes.

Per tal de superar la limitació anterior, i poder representar la llei de mortalitat en totes les edats, es van enunciar relacions matemàtiques més complexes entre l'edat i la probabilitat de morir. Així, Thiele<sup>5</sup> va suposar que totes les causes de mort es podien agrupar en tres o quatre categories, depenent de la manera que actuen en les diferents edats. Tres dels grups correspondrien a les causes que afecten en la infantesa, en l'edat adulta jove i en els vells, respectivament. El quart grup inclouria aquelles causes de mort que actuen a totes les edats amb la mateixa força, que són, segons ell, de poca importància. Així, la força de mortalitat  $\mu_x = \mu(x)$ , a qualsevol edat  $x$  es podria representar com una suma de tres (o quatre) termes  $\mu(x) = \mu_1(x) + \mu_2(x) + \mu_3(x) + \dots$ .

Ja en el segle actual, en la dècada dels 80, una de les formulacions més completes de la llei de mortalitat es deu a Heligman i Pollard (H-P)<sup>6</sup>, els quals es van inspirar en la llei de Thiele i van ajustar la mortalitat d' Austràlia de la postguerra, mitjançant una llei aplicable a qualsevol edat, des del naixement

ocupación. Cuando los parámetros de estas leyes se estiman a partir de los datos observados, mediante un método de ajuste, se obtiene una descripción sintética de la experiencia de mortalidad de una población. Además, mediante el ajuste de una ley de mortalidad se pueden alcanzar otros objetivos, por ejemplo, eliminar irregularidades en los datos (fruto de variaciones aleatorias o de errores de las fuentes de información utilizadas), hacer inferencia en caso de tener datos incompletos, facilitar las comparaciones de la mortalidad de diferentes poblaciones y obtener proyecciones de la mortalidad<sup>1,2</sup>.

La primera contribución importante al ajuste de las leyes de mortalidad la hizo Benjamin Gompertz<sup>3</sup>. La ley de Gompertz  $\mu_x = Bc^x$ , donde  $\mu_x$  es la probabilidad instantánea condicional de morir (también denominada fuerza de mortalidad), asume que la probabilidad de morir aumenta proporcionalmente con la edad. Más adelante, Makeham<sup>4</sup> introdujo un nuevo parámetro en la ley de Gompertz  $\mu_x = A + Bc^x$ , para reflejar un componente de la mortalidad constante en todas las edades como podía ser, en aquella época, la mortalidad por causas externas.

La utilidad de estas leyes para resumir y comparar la mortalidad fue reconocida por gran parte de los actuarios y demógrafos de los siglos pasado y actual. No obstante, una limitación de las leyes de Gompertz y de Makeham es que son funciones monótonas crecientes, mientras que, en cambio, la mortalidad evoluciona decreciendo en las edades tempranas de la vida y creciendo a partir de la adolescencia. Por lo tanto, el ajuste mediante las leyes citadas sólo se puede aplicar en las edades adultas.

A fin de superar la limitación anterior y poder representar la ley de mortalidad en todas las edades, se enunciaron relaciones matemáticas más complejas entre la edad y la probabilidad de morir. Así, Thiele<sup>5</sup> asumió que todas las causas de muerte se podían agrupar en tres o cuatro categorías, dependiendo de la forma en que actúan en las diferentes edades. Tres de los grupos corresponderían a las causas que afectan en la niñez, en la edad adulta joven y en la vejez, respectivamente. El cuarto grupo incluiría aquellas causas de muerte que actúan en todas las edades con la misma fuerza, que son, según él, de poca importancia. Así, la fuerza de mortalidad  $\mu_x = \mu(x)$ , en cualquier edad  $x$  se podría representar como una suma de tres (o cuatro) términos  $\mu(x) = \mu_1(x) + \mu_2(x) + \mu_3(x) + \dots$ .

Ya en el siglo actual, en la década de los 80, una de las formulaciones más completas de la ley de mortalidad se debe a Heligman y Pollard (H-P)<sup>6</sup>, quienes se inspiraron en la ley de Thiele y ajustaron la mortalidad de Australia de la postguerra, mediante una ley aplicable a cualquier edad, desde el naci-

fins a les edats més avançades. Els paràmetres que intervenen en la formulació d'aquesta llei tenen tots una explicació biològica, similar als de les lleis de Gompertz i Makeham, però, com els de Thiele, específics de la mortalitat per edats determinades (infantil, juvenil, adulta).

En aquest article s'avaluarà l'ajust de les lleis paramètriques de mortalitat proposades per Heligman i Pollard a l'experiència de mortalitat de Catalunya, amb l'objectiu d'utilitzar-les per descriure i comparar la mortalitat a Catalunya per edat i sexe, en els períodes 1985-1986 i 1990-1991.

## Material i mètode

Les dades de defuncions dels residents a Catalunya, per edat i sexe, s'han obtingut de les estadístiques de mortalitat a Catalunya que recull i analitza el Departament de Sanitat i Seguretat Social en col·laboració amb l'Institut d'Estadística de Catalunya. Són les dels anys 1985 i 1986 per al primer període i 1990-1991 per al segon. Les dades de població corresponen als residents a Catalunya segons el Padró de 1986<sup>7</sup> i el Cens de 1991<sup>8</sup>.

S'han calculat les taxes de mortalitat específiques per cada edat, entre 0 i 95 anys, dividint el nombre de defuncions del bienni corresponent entre els efectius poblacionals del Padró o del Cens, segons el període, multiplicat per dos. Així, si  $x$  és l'edat,

$$\text{tasa}_{x,85-86} = \frac{\text{Defuncions}_{x,85} + \text{Defuncions}_{x,86}}{2 \times \text{Població}_{x,86}}$$

$$\text{tasa}_{x,90-91} = \frac{\text{Defuncions}_{x,90} + \text{Defuncions}_{x,91}}{2 \times \text{Població}_{x,91}}$$

Com que tant el Padró com el Cens es troben referits al primer trimestre de l'any, el Padró de 1986 a 1 d'abril i el Cens de 1991 a 1 de març, no s'ha considerat necessari estimar la població en el punt mig dels períodes (31 de desembre de 1985 i de 1990, respectivament).

Un cop calculades les taxes específiques de mortalitat, s'han estimat les probabilitats condicionals de morir observades, també anomenades quocients de mortalitat, aplicant la fórmula,

$$q_x = \frac{m_x}{1 + (1 - a_x) m_x}$$

miento hasta las edades más avanzadas. Los parámetros que intervienen en la formulación de esta ley tienen todos una explicación biológica, similar a los de las leyes de Gompertz y Makeham, pero, como los de Thiele, específicos de la mortalidad según edades determinadas (infantil, juvenil, adulta).

En este artículo se evaluará el ajuste de las leyes paramétricas de mortalidad propuestas por Heligman y Pollard a la experiencia de mortalidad de Cataluña, con el objetivo de utilizarlas para describir y comparar la mortalidad en Cataluña por edad y sexo, en los periodos 1985-1986 y 1990-1991.

## Material y método

Los datos de las defunciones de los residentes en Cataluña, por edad y sexo, se han obtenido de las estadísticas de mortalidad en Cataluña que recoge y analiza el Departamento de Sanidad y Seguridad Social en colaboración con el Instituto de Estadística de Cataluña. Son las de los años 1985 y 1986 para el primer periodo y 1990-1991 para el segundo. Los datos de población corresponden a los residentes en Cataluña según el Padrón de 1986<sup>7</sup> y el Censo de 1991<sup>8</sup>.

Se han calculado las tasas de mortalidad específicas para cada edad, entre 0 y 95 años, dividiendo el número de defunciones del bienio correspondiente entre los efectivos poblacionales del Padrón o del Censo, según el periodo, multiplicado por dos. Así, si  $x$  es la edad,

$$\text{tasa}_{x,85-86} = \frac{\text{Defunciones}_{x,85} + \text{Defunciones}_{x,86}}{2 \times \text{Población}_{x,86}}$$

$$\text{tasa}_{x,90-91} = \frac{\text{Defunciones}_{x,90} + \text{Defunciones}_{x,91}}{2 \times \text{Población}_{x,91}}$$

Dado que tanto el Padrón como el Censo se refieren al primer trimestre del año, el Padrón de 1986 a 1 de abril y el Censo de 1991 a 1 de marzo, no se ha considerado necesario estimar la población en el punto medio de los periodos (31 de diciembre de 1985 y de 1990, respectivamente).

Una vez calculadas las tasas específicas de mortalidad, se han estimado las probabilidades condicionales de morir observadas, también denominadas cocientes de mortalidad, aplicando la fórmula,

$$q_x = \frac{m_x}{1 + (1 - a_x) m_x}$$

on  $m_x$  és la taxa de mortalitat específica de l'edat  $x$  i  $a_x$  indica la fracció d'any viscut per les persones que han mort a l'edat  $x$ . S'ha assumit que les defuncions es distribueixen uniformement en cada edat ( $a_x = 0,5$ ), excepte en el cas dels menors d'un any en el qual, en base a les estadístiques de mortalitat de Catalunya s'ha suposat  $a_x = 0,15^{10}$ .

Un cop obtinguts els quocients de mortalitat per edats i sexe, s'han estimat els paràmetres de les funcions de Heligman i Pollard i s'ha avaluat la bondat de l'ajust. Com s'ha dit a la introducció, Heligman i Pollard van intentar superar les limitacions de les lleis de mortalitat enunciades anteriorment i proporcionar, al mateix temps, una interpretació biològica dels paràmetres obtinguts. La primera llei que van formular<sup>6</sup>, relacionava la probabilitat condicionada de morir entre les edats  $x$  i  $x+1$ , havent arribat viu a l'edat  $x$ ,  $q_x$ , amb l'edat de la manera següent

$$\frac{q_x}{1 - q_x} = A^{(x+B)^c} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + GH^x = Z(X)$$

(funció 1)

Per a valors petits de  $q_x$  el quocient

$$\frac{q_x}{1 - q_x}$$

s'aproxima molt a  $q_x$  i això es verifica en un rang d'edats molt ampli. A més, l'ajust d'aquest quocient en lloc de la probabilitat  $q_x$  assegura que els valors estimats de  $q_x$  es trobin dins de l'interval  $[0,1]$ , com correspon a la probabilitat. En efecte, partint de la funció 1 i aïllant  $q_x$  s'obté

$$q_x = \frac{Z(x)}{1 + Z(x)},$$

valor que es troba sempre entre 0 i 1.

Es pot comprovar empíricament que cadascun dels tres sumands de la funció 1 és més rellevant que els altres dos (els quals es van convertint gairebé en nuls gradualment) en els períodes infantil, juvenil i les edats adultes, respectivament.

Els autors donaven la següent interpretació biològica dels paràmetres de la corba: els paràmetres A, B i C van lligats a la mortalitat infantil. A és aproximadament  $q_1$ , és a dir, la probabilitat de morir entre 1 i 2 anys a condició d'haver complert 1 any (aquesta afirmació es pot entendre si en substituir  $x$  pel valor 1 en la funció 1, es té a més en compte que els sumands segon i tercer són despreciables, que el valor del paràmetre B sol ser de l'ordre de les centèsimes i que

$$\frac{q_x}{1 - q_x}$$

donde  $m_x$  es la tasa de mortalidad específica de la edad  $x$  y  $a_x$  indica la fracción de año vivido por las personas que han fallecido a la edad  $x$ . Se ha supuesto que las defunciones se distribuyen uniformemente en cada edad ( $a_x = 0,5$ ), excepto en el caso de los menores de un año en el cual, en base a las estadísticas de mortalidad de Cataluña se ha supuesto  $a_x = 0,15^{10}$ .

Una vez obtenidos los cocientes de mortalidad por edades y sexo, se han estimado los parámetros de las funciones de Heligman y Pollard y se ha evaluado la bondad del ajuste. Tal como se ha dicho en la introducción, Heligman y Pollard intentaron superar las limitaciones de las leyes de mortalidad enunciadas anteriormente y proporcionar, al mismo tiempo, una interpretación biológica de los parámetros obtenidos. La primera ley que formularon<sup>6</sup>, relacionaba la probabilidad condicionada de morir entre las edades  $x$  y  $x+1$ , habiendo sobrevivido hasta la edad  $x$ ,  $q_x$ , con la edad de la forma siguiente:

$$\frac{q_x}{1 - q_x} = A^{(x+B)^c} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + GH^x = Z(X)$$

(función 1)

Para valores pequeños de  $q_x$  el cociente

$$\frac{q_x}{1 - q_x}$$

se aproxima mucho a  $q_x$  y esto se verifica en un rango de edades muy amplio. Además, el ajuste de dicho cociente en lugar de la probabilidad  $q_x$  asegura que los valores estimados de  $q_x$  se encuentren en el intervalo  $[0,1]$ , como corresponde a la probabilidad. En efecto, partiendo de la función 1 y despejando  $q_x$  se obtiene

$$q_x = \frac{Z(x)}{1 + Z(x)},$$

valor que se encuentra siempre entre 0 y 1.

Se puede comprobar empíricamente que cada uno de los tres sumandos de la función 1 es más relevante que los otros dos (los cuales se van convirtiendo prácticamente en nulos de manera gradual) en los periodos infantil, juvenil y en las edades adultas, respectivamente.

Los autores daban la siguiente interpretación biológica de los parámetros de la curva: los parámetros A, B y C van ligados a la mortalidad infantil. A vale aproximadamente  $q_1$ , es decir, la probabilidad de morir entre 1 y 2 años a condición de haber cumplido 1 año (esta afirmación se puede entender si al sustituir  $x$  por el valor 1 en la función 1, se tiene además en cuenta que los sumandos segundo y tercero son despreciables, que el valor del parámetro B suele ser del orden de las centésimas y que

$$\frac{q_x}{1 - q_x}$$

pot aproximar per  $q_x$  quan la probabilitat condicional de morir és petita). **A** es pot considerar, doncs, indicador del nivell de mortalitat infantil. **B** és un desplaçament de l'edat per ajustar millor la mortalitat infantil: com més gran és **B** més pròxim es troba  $q_0$ , probabilitat de morir en el primer any de vida, de  $q_1$ , probabilitat de morir en el segon any. **C** mesura la taxa de decreixement de la mortalitat a partir d'1 any d'edat (la taxa a la qual el nen s'adapta a l'entorn). Com més gran és **C**, més ràpid declina la mortalitat en augmentar l'edat. Els paràmetres **D**, **E** i **F** van lligats a la sobremortalitat en les edats joves. **F** indica l'edat en que se situa el màxim de sobremortalitat, **D** representa la intensitat de la sobremortalitat i indica l'excés de probabilitat de morir sobre la probabilitat esperada en el grup d'edat jove si només actuessin les causes de mort lligades a l'envelliment, i **E** va lligat inversament a la durada de la sobremortalitat. Finalment, **G** i **H** van lligats a la mortalitat deguda a l'envelliment. **G** indica el nivell de la mortalitat senil, mentre que **H** mesura la taxa de creixement d'aquesta mortalitat, tal com ho havia definit Gompertz (seguint un raonament similar al que s'ha fet per al paràmetre **A** es pot entendre la interpretació de la resta de paràmetres).

Per tal de millorar l'ajust de la funció 1 en les edats més avançades, on segons les dades observades la probabilitat condicional de morir augmenta més lentament, Heligman i Pollard van enunciar dues variacions de la llei anterior:

$$q_x = A^{(x+B)^c} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + \frac{GH^x}{1 + KGH^x}$$

(funció 2)

i

$$q_x = A^{(x+B)^c} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + \frac{GH^{x^k}}{1 + KGH^{x^k}}$$

(funció 3)

on el paràmetre **K** permet que la corba ajustada varii la seva concavitat cap al final del rang d'edats. La interpretació de la resta de paràmetres de les funcions 2 i 3 és idèntica a la funció 1.

Les funcions de H-P són un cas particular de les funcions del tipus:

$$\frac{q_x}{p_x} = \sum_{i=1}^n A_i e^{-B_i |f_i(x) - c_i|^{p_i}}$$

Un augment en el nombre de paràmetres potser milloraria l'ajust, però dificultaria la interpretació biològica que els autors fan amb el seu model.

S'ha partit del model teòric de H-P (funcions 1, 2 i 3). El mètode emprat en l'ajust ha consistit en minimitzar la suma dels quadrats dels errors. Per tal

por  $q_x$  cuando la probabilidad condicional de morir es pequeña). **A** se puede considerar, pues, indicador del nivel de mortalidad infantil. **B** es un desplazamiento de la edad para ajustar mejor la mortalidad infantil: a mayor valor de **B** más próximo se encuentra  $q_0$ , probabilidad de morir en el primer año de vida, de  $q_1$ , probabilidad de morir en el segundo año. **C** mide la tasa de decrecimiento de la mortalidad a partir de 1 año de edad (la tasa a la que el niño se adapta al entorno). A mayor valor de **C**, más deprisa descende la mortalidad al aumentar la edad. Los parámetros **D**, **E** y **F** van ligados a la sobremortalidad en las edades jóvenes. **F** indica la edad en la que se sitúa el máximo de sobremortalidad, **D** representa la intensidad de la sobremortalidad e indica el exceso de probabilidad de morir sobre la probabilidad esperada en el grupo de edad joven si solamente actuaran las causas de muerte ligadas al envejecimiento, y el parámetro **E** se halla asociado inversamente a la duración de la sobremortalidad. Finalmente, **G** y **H** van ligados a la mortalidad debida al envejecimiento. **G** indica el nivel de la mortalidad senil, mientras que **H** mide la tasa de crecimiento de esta mortalidad, como había definido Gompertz (siguiendo un razonamiento similar al que se ha hecho para el parámetro **A** se puede entender la interpretación del resto de parámetros).

A fin de mejorar el ajuste de la función 1 en las edades más avanzadas, en las cuales según los datos observados la probabilidad condicional de morir aumenta más lentamente, Heligman y Pollard enunciaron dos variaciones de la ley anterior:

$$q_x = A^{(x+B)^c} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + \frac{GH^x}{1 + KGH^x}$$

(función 2)

y

$$q_x = A^{(x+B)^c} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + \frac{GH^{x^k}}{1 + KGH^{x^k}}$$

(función 3)

donde el parámetro **K** permite que la curva ajustada varíe la concavidad hacia el final del rango de edades. La interpretación del resto de parámetros de las funciones 2 y 3 es idéntica a la función 1.

Las funciones de H-P son un caso particular de las funciones del tipo:

$$\frac{q_x}{p_x} = \sum_{i=1}^n A_i e^{-B_i |f_i(x) - c_i|^{p_i}}$$

Un aumento en el número de parámetros quizás mejoraría el ajuste, pero dificultaría la interpretación biológica que los autores hacen con su modelo.

Se ha partido del modelo teórico de H-P (funciones 1, 2 y 3). El método utilizado en el ajuste ha consistido en minimizar la suma de los cuadrados de

de millorar l'ajust, els quadrats dels errors s'han ponderat per l'invers de la variança de les probabilitats observades. Així, es tractava de minimitzar l'expressió:

$$S = \sum_{x=0}^{x=95} (\dot{q}_x - q_x)^2 \frac{1}{\text{Var}(\dot{q}_x)}$$

Per simplificar, s'ha aproximat la

$$\text{Var}(\dot{q}_x) = \frac{q_x(1-q_x)}{\text{Pob}_x}$$

per

$$\frac{\dot{q}_x}{\text{Pob}_x}$$

donat que  $1 - \dot{q}_x$  és gairebé igual a 1 quan  $\dot{q}_x$  és petita. A mesura que augmenta, l'aproximació produeix una sobreestimació de la variança i, per tant, una subponderació de les diferències entre les probabilitats condicionals de morir observades i esperades en les edats més avançades. Aquest fet millora l'estimació dels paràmetres si les  $\dot{q}_x$  dels vells són poc estables o hi ha errors en les fonts d'informació.

Finalment, s'ha minimitzat l'expressió:

$$S = \sum_{x=0}^{x=95} (\dot{q}_x - q_x)^2 \frac{\text{Pob}_x}{\dot{q}_x}$$

on,

$\dot{q}_x$ : quocient de mortalitat observat

$q_x$ : quocient de mortalitat ajustat

$\text{Pob}_x$ : població en risc de morir d'edat x. S'ha utilitzat la població del cens o padró d'edat x per estimar-la.

L'algorisme emprat per obtenir el mínim de l'expressió S ha estat el mètode numèric de Gauss-Newton. Per aplicar aquest mètode s'han utilitzat les subrutines del tipus E04JAF de la llibreria NAG, programades en FORTRAN per a microordinadors<sup>11,12</sup>. Aquestes subrutines permeten obtenir els valors òptims d'una funció no lineal subjecta a restriccions en els seus paràmetres. En el cas de les funcions de H-P, una restricció consisteix en que els paràmetres A a H no poden ser negatius si es vol que tinguin la interpretació que els autors els hi han donat.

Per tal d'avaluar la bondat de l'ajust s'han aplicat els tests  $\chi^2$ , «sign test» i test d'Steven<sup>13</sup>. El test  $\chi^2$  mesura l'adherència del nombre de defuncions observades a les esperades. El «sign test» i el test d'Steven mesuren l'aleatorietat dels residuals. El «sign test» es refereix a l'equilibri entre el nombre de signes positius i negatius de les desviacions o residuals. Així, en els ajustos d'aquest treball (96 observacions) s'esperaria que hi hagués entre 38 i 57 signes positius, si les desviacions fossin aleatòries.

los errores. A fin de mejorar el ajuste, los cuadrados de los errores se han ponderado por el inverso de la varianza de las probabilidades observadas. Así, se trataba de minimizar la expresión:

$$S = \sum_{x=0}^{x=95} (\dot{q}_x - q_x)^2 \frac{1}{\text{Var}(\dot{q}_x)}$$

Para simplificar, se ha aproximado la

$$\text{Var}(\dot{q}_x) = \frac{q_x(1-q_x)}{\text{Pob}_x}$$

mediante

$$\frac{\dot{q}_x}{\text{Pob}_x}$$

dado que  $1 - \dot{q}_x$  vale aproximadamente 1 cuando  $\dot{q}_x$  es pequeña. A medida que aumenta, la aproximación produce una sobreestimación de la varianza y, por lo tanto, una subponderación de las diferencias entre probabilidades condicionales de morir observadas y esperadas en las edades más avanzadas. Este hecho mejora la estimación de los parámetros si las  $\dot{q}_x$  de los ancianos son poco estables o si hay errores en las fuentes de información.

Finalmente, se ha minimizado la expresión:

$$S = \sum_{x=0}^{x=95} (\dot{q}_x - q_x)^2 \frac{\text{Pob}_x}{\dot{q}_x}$$

donde,

$\dot{q}_x$ : cociente de mortalidad observado

$q_x$ : cociente de mortalidad ajustado

$\text{Pob}_x$ : población a riesgo de morir de edad x. Se ha utilizado la población del censo o padrón de edad x para estimarla.

El algoritmo utilizado para obtener el mínimo de la expresión S ha sido el método numérico de Gauss-Newton. Para aplicar este método se han utilizado las subrutinas del tipo E04JAF de la librería NAG, programadas en FORTRAN para microordenadores<sup>11,12</sup>. Estas subrutinas permiten obtener los valores óptimos de una función no lineal sujeta a restricciones en los parámetros. En el caso de las funciones de H-P, una restricción consiste en que los parámetros A a H no pueden ser negativos si se pretende que tengan la interpretación que los autores les han dado.

Para evaluar la bondad del ajuste se han aplicado los tests  $\chi^2$ , «sign test» y test de Steven<sup>13</sup>. El test  $\chi^2$  evalúa la adherencia del número de defunciones observadas a las esperadas. El «sign test» y el test de Steven evalúan la aleatoriedad de los residuos. El «sign test» se refiere al equilibrio entre el número de signos positivos y negativos de las desviaciones o residuos. Así, en los ajustes de este trabajo (96 observaciones) se esperaría que hubiera entre 38 y 57 signos positivos, si las desviaciones fueran

El test d'Steven valora el nombre de canvis de signe d'aquests residuals. Un nombre reduït de canvis de signe, en relació al nombre d'observacions, indica que la funció ajustada sobreestima o subestima les probabilitats observades de morir en determinats trams de edat.

A més, s'han determinat les edats en que el nombre de defuncions observades es trobava fora de l'interval de confiança de les defuncions esperades, amb un nivell de significació del 95% i seguint la hipòtesi de distribució binomial de la probabilitat condicional de morir. Com és habitual, aquests valors s'han denominat «outliers».

S'ha escollit la funció de H-P que ha donat millors resultats en l'avaluació de la bondat de l'ajust. En cas d'existir «outliers» en edats diferents dels 16 als 35 anys, punts en que l'excés o defecte de mortalitat pot ser explicable, s'han exclòs aquests valors extrems i s'ha repetit l'estimació dels paràmetres. Si cap de les tres funcions de H-P donava resultats satisfactoris s'ha ampliat la funció que millor s'adaptava a les dades observades amb un altre terme exponencial i s'ha repetit el procés fins obtenir un ajust acceptable.

Amb el model final s'ha obtingut la taula de vida ajustada, la qual parteix de la sèrie de probabilitats condicionals de morir  $\{q_x\}$  ajustades. La resta de sèries de la taula de vida s'han obtingut aplicant el mètode habitual. S'han calculat els intervals de confiança de l'esperança de vida amb el mètode proposat per Chin Long Chiang<sup>14</sup>. Els resultats de les taules de vida no es presenten en aquest article però es comentaran de manera resumida a l'apartat de resultats i es poden obtenir fàcilment a partir de les lleis estimades.

## Resultats

En el cas dels homes i en els dos períodes analitzats, 1985-86 i 1990-91 sempre ha estat la funció 2 de H-P la que s'ha ajustat millor a les dades observades. A la taula 1 es poden observar els paràmetres d'aquesta funció i la bondat de l'ajust per als homes de Catalunya en els dos períodes, 1985-86 i 1990-91.

A les figures 1 i 2 es mostra gràficament, en escala logarítmica, la probabilitat condicional de morir per edats observada i ajustada, en els dos períodes, respectivament. A la figura 3 es pot observar l'evolució de la probabilitat condicional de morir ajustada en els homes de Catalunya entre els dos períodes analitzats. Destaca un augment de la probabilitat de morir entre els homes joves de 16 a 40

aleatorias. El test de Steven valora el número de cambios de signo de los residuos. Un número reducido de cambios de signo, en relación al número de observaciones, indica que la función ajustada sobreestima o subestima las probabilidades observadas de morir en determinados tramos de edad.

Además, se han determinado las edades en las que el número de defunciones observadas se hallaban fuera del intervalo de confianza de las defunciones esperadas, con un nivel de significación del 95% y en base a la hipótesis de distribución binomial de la probabilidad condicional de morir. Como es habitual, estos valores se han denominado «outliers».

Se ha elegido la función de H-P que ha dado mejores resultados en la evaluación de la bondad del ajuste. En caso de existir «outliers» en edades diferentes de los 16 a los 35 años, puntos en que el exceso o defecto de mortalidad puede ser explicable, se han excluido estos valores extremos y se ha repetido la estimación de los parámetros. Si ninguna de las tres funciones de H-P daba resultados satisfactorios se ha ampliado la función que mejor se adaptaba a las observaciones con otro término exponencial y se ha repetido el proceso hasta obtener un ajuste acceptable.

Mediante el modelo final se ha obtenido la tabla de vida ajustada, la cual parte de la serie de probabilidades condicionales de morir  $\{q_x\}$  ajustadas. Las demás series de la tabla de vida se han obtenido aplicando el método habitual. Se han calculado los intervalos de confianza de la esperanza de vida mediante el método propuesto por Chin Long Chiang<sup>14</sup>. Los resultados de las tablas de vida no se presentan en este artículo, pero se comentarán de manera resumida en el apartado de resultados y se pueden obtener fácilmente a partir de las leyes estimadas.

## Resultados

En el caso de los hombres y en los dos periodos analizados, 1985-86 y 1990-91 siempre ha sido la función 2 de H-P la que se ha ajustado mejor a los datos observados. En la tabla 1 se pueden observar los parámetros de esta función y la bondad del ajuste para los hombres de Cataluña en los dos periodos, 1985-86 y 1990-91.

En las figuras 1 y 2 se muestra gráficamente, en escala logarítmica, la probabilidad condicional de morir por edades observada y ajustada, en los dos periodos, respectivamente. En la figura 3 se puede observar la evolución de la probabilidad condicional de morir ajustada en los hombres de Cataluña entre los dos periodos analizados. Destaca un aumento de la probabilidad de morir entre los hombres jóvenes de 16 a



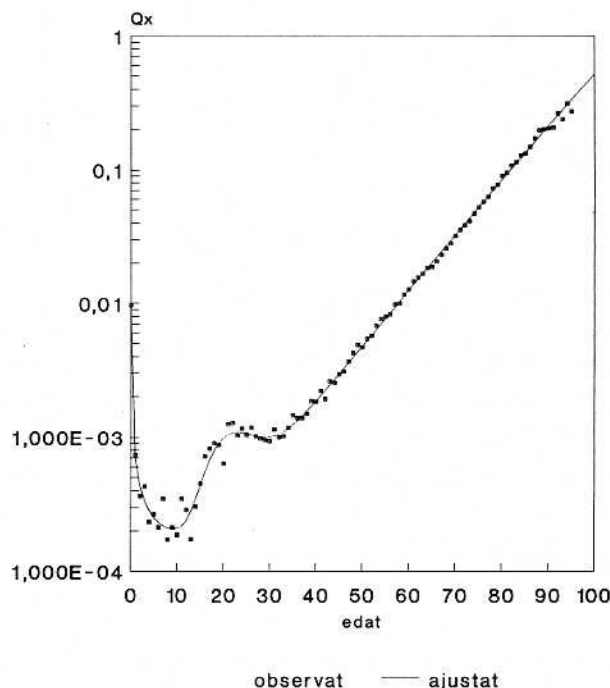
**Tabla / Taula 1. Paràmetres estimats de la funció 2 de Heligman i Pollard. Catalunya 1985-86 i 1990-91. Homes / Parámetros estimados de la función 2 de Heligman y Pollard. Cataluña 1985-86 y 1990-91. Hombres**

Paràmetres/Parámetros	1985-86	1990-91
A	0,000648	0,000564
B	0,008432	0,016061
C	0,095776	0,102056
D	0,000711	0,001463
E	9,143370	7,047266
F	21,755707	24,657274
G	0,000038	0,000048
H	1,101327	1,096210
K	0,255854	-1,029060
$\chi^2$	78,11 (p=0,71)	103,65 (p=0,09)
signes/signos (sign test)	50 +, 46 -	50 +, 46 -
grups de signes/grupos de signos (test de Steven)	25 +, 26 - (p=0,41)	21 +, 21 - (p=0,07)
«outliers»	edat 20, per defecte/ edad 20, por defecto	edats 23 i 75, per defecte/ edades 23 y 75 por defecto

anys i un manteniment de la mortalitat en la resta d'edats. El pic de sobremortalitat en el període 1990-91 respecte al període 1985-86 és més elevat, dura més anys i l'edat en què és màxim és superior. Aquests trets es reflecteixen en els paràmetres de la funció ajustada. El paràmetre D, que indica la magnitud de la sobremortalitat en el punt en que aquesta és màxima, s'ha duplicat. El paràmetre E, lligat inversament a la durada de la sobremortalitat, s'ha reduït i per tant l'excés de defuncions afecta a un tram més ampli d'edats. Finalment, el paràmetre F, que indica on es produeix el màxim de sobremortalitat, ha passat de 21,7 a 24,6, és a dir, s'ha produït un retard en l'edat en que l'excés de mortalitat és màxim.

En estimar les probabilitats de morir de les dones cap de les tres funcions de H-P enunciades va ajustar-se bé a les dades observades. La funció que millor s'adaptava era la funció 3 de H-P però els tests de bondat de l'ajust no donaven resultats satisfactoris. L'explicació d'aquest fet pot ser una ondulació en la probabilitat observada de morir de les dones, situada en el tram d'edats adultes. Aquest canvi en l'evolució de la mortalitat es manifesta com un altre excés de mortalitat entre les edats de 40 a 60 anys o un descens de la mortalitat esperada,

**Figura 1. Ajust de la probabilitat condicional de morir. Catalunya 1985-86. Homes / Ajuste de la probabilidad condicional de morir. Cataluña 1985-86. Hombres**



40 años y un mantenimiento de la mortalidad en el resto de edades. El pico de sobremortalidad en el periodo 1990-91 respecto al periodo 1985-86 es más elevado, dura más años y la edad en la que es máximo es superior. Estas características se reflejan en los parámetros de la función ajustada. El parámetro D, que indica la magnitud de la sobremortalidad en el punto en que ésta es máxima, se ha duplicado. El parámetro E, ligado inversamente a la duración de la sobremortalidad, se ha reducido y por lo tanto, el exceso de defunciones afecta a un tramo más amplio de edades. Finalmente, el parámetro F, que indica dónde se produce el máximo de sobremortalidad, ha pasado de 21,7 a 24,6, es decir, se ha producido un retardo en la edad en la que el exceso de mortalidad es máximo.

Al estimar las probabilidades de morir de las mujeres ninguna de las 3 funciones de H-P enunciadas se ajustó bien a los datos observados. La función que mejor se adaptaba era la función 3 de H-P pero los tests de bondad del ajuste no daban resultados satisfactorios. La explicación de este hecho puede ser una ondulación en la probabilidad observada de morir de las mujeres, situada en el tramo de edades adultas. Este cambio en la evolución de la mortalidad se manifiesta como otro exceso de mortalidad entre las edades de 40 a 60 años o como un descenso de la

Figura 2. Ajust de la probabilitat condicional de morir. Catalunya 1990-91. Homes. / Ajuste de la probabilidad condicional de morir. Cataluña 1990-91. Hombres

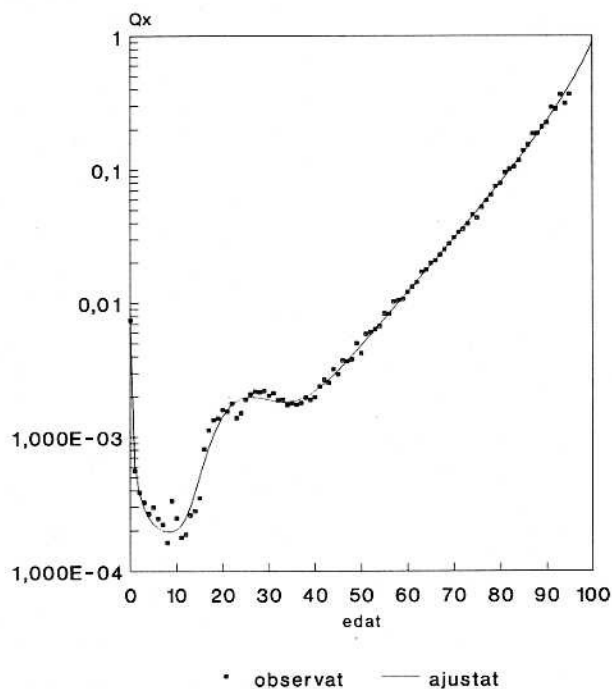
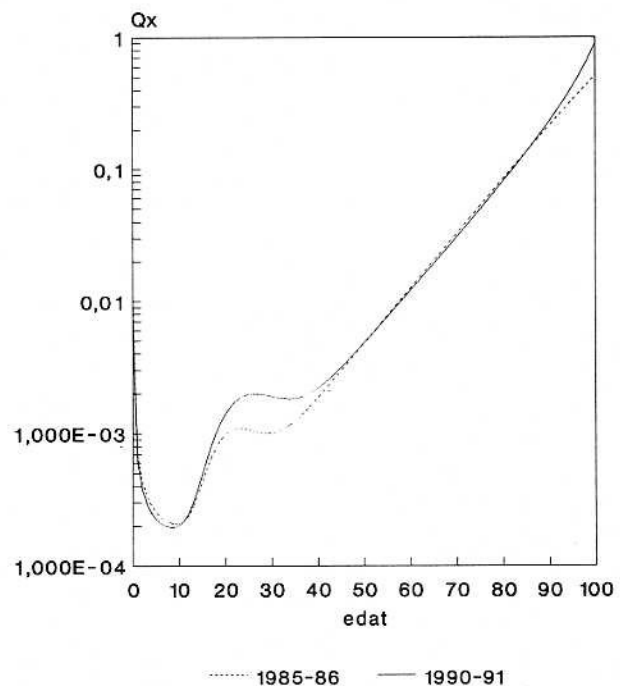


Figura 3. Probabilitat condicional de morir segons l'edat. Catalunya. Homes / Probabilidad condicional de morir según la edad. Cataluña. Hombres



segons el model ajustat, a partir dels 60 anys. Per tal de millorar l'ajust, s'ha afegit a la funció 3 de H-P un quart terme del mateix tipus que el segon i ha resultat la funció:

$$q_x = A^{(x+B)^f} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + D'e^{-E'(1nx-1nF')^2} + \frac{GH^{x^k}}{1 + GH^{x^k}}$$

la qual s'ha anomenat funció 4 del tipus H-P.

La interpretació dels paràmetres que s'han afegit, D', E' i F', és la mateixa que la dels paràmetres D, E i F de les funcions 1 a 3 de H-P però aplicada a les edats adultes. Això no obstant, cal ser prudent a l'hora de treure conclusions de manera separada, donat que s'estableix dependència entre el conjunt de paràmetres i sobretot entre els dos sumands centrals de la funció 4.

A la taula 2 es poden observar els paràmetres d'aquesta funció i els resultats de la bondat de l'ajust per a les dones de Catalunya en els períodes 1985-86 i 1990-91. A les figures 4 i 5 es mostra gràficament, en escala logarítmica, la probabilitat condicional de morir per edats observada i ajustada, en els dos períodes, respectivament. A la figura 6 es pot observar l'evolució de la probabilitat condicional de morir ajustada en les dones de Catalunya entre els dos períodes analitzats.

mortalidad esperada, según el modelo ajustado, a partir de los 60 años. A fin de mejorar el ajuste, se ha añadido a la función 3 de H-P un cuarto término del mismo tipo que el segundo y ha resultado la función:

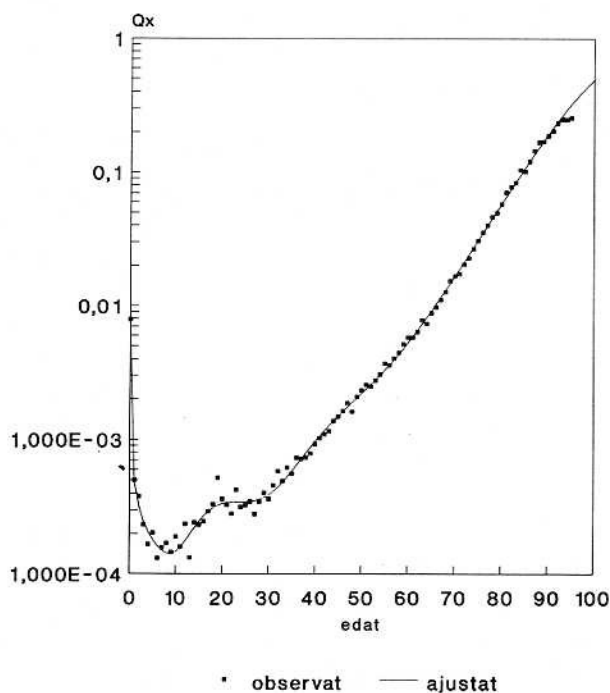
$$q_x = A^{(x+B)^f} + De^{-E(1nx-1nF)^2} + D'e^{-E'(1nx-1nF')^2} + \frac{GH^{x^k}}{1 + GH^{x^k}}$$

la cual se ha denominado función 4 del tipo H-P.

La interpretación de los parámetros que se han añadido, D', E' y F', es la misma que la de los parámetros D, E y F de las funciones 1 a 3 de H-P pero aplicada a las edades adultas. No obstante, es preciso ser prudente a la hora de sacar conclusiones de manera separada, dado que se establece dependencia entre el conjunto de parámetros y sobre todo entre los dos sumandos centrales de la función 4.

En la tabla 2 se pueden observar los parámetros de esta función y los resultados de la bondad del ajuste para las mujeres de Cataluña en los periodos 1985-86 y 1990-91. En las figuras 4 y 5 se muestra gráficamente, en escala logarítmica, la probabilidad condicional de morir por edades observada y ajustada, en los dos periodos, respectivamente. En la figura 6 se puede observar la evolución de la probabilidad condicional de morir ajustada en las mujeres de Cataluña entre los dos periodos analizados.

Figura 4. Ajust de la probabilitat condicional de morir. Catalunya 1985-86. Dones / Ajuste de la probabilidad condicional de morir. Cataluña 1985-86. Mujeres



Tant els gràfics com la sèrie de probabilitats de morir estimades, obtinguda substituint els paràmetres estimats i l'edat en la llei ajustada, mostren que anàlogament als homes joves, les dones de 16 a 40 anys tenen una probabilitat de morir per edats superior en el període 1990-91 respecte al període 1985-86. En canvi, en les dones adultes i fins passats els 80 anys, la probabilitat de morir per edats ha disminuït. Com en els nens, la mortalitat de les nenes pràcticament no s'ha modificat. Els paràmetres D, E i F, ara més difícils d'interpretar, mostren també un augment de la magnitud de la sobremortalitat i un increment de l'edat en que la sobremortalitat és màxima de 21 a 26,7 anys.

A les figures 7 i 8 es pot observar la diferència en la mortalitat per sexes. En totes les edats, els homes tenen una probabilitat de morir superior. La diferència és més marcada en les edats joves. Fins a la dècada dels 90 anys d'edat no s'apropen les probabilitats de morir per sexe. Com es pot observar en les figures 7

Taula 2. Paràmetres estimats de la funció 4 del tipus Heligman i Pollard. Catalunya 1985-86 i 1990-91. Dones / Parámetros estimados de la función 4 del tipo Heligman y Pollard. Cataluña 1985-86 y 1990-91. Mujeres

Paràmetres/Parámetros	1985-86	1990-91
A	0,000479	0,000373
B	0,004367	0,008577
C	0,083724	0,091584
D	0,000213	0,000377
E	4,175387	3,088242
F	20,989413	26,744117
D'	0,000727	0,000663
E'	9,352565	13,443795
F'	50,95726	55,994221
G	0,000018	0,000059
H	1,025576	1,004286
K	1,317127	1,683066
$\chi^2$	72,54 (p=0,70)	57,7 (p=0,98)
signes/signos (sign test)	46 +, 50 -	50 +, 46 -
grups de signes/grupos de signos (test de Steven)	19 +, 19 - (p=0,01)	22 +, 23 - (p=0,15)
«outliers»	edat 19, per excés i edat 95 per defecte/ edad 19 por exceso y edad 95 por defecto	edat 95, per defecte / edad 95 por defecto

Tanto los gràfics como la serie de probabilitats de morir estimades, obtenida substituyendo los paràmetres estimados y la edad en la ley ajustada, muestran que anàlogamente a los hombres jóvenes, las mujeres de 16 a 40 años tienen una probabilidad de morir por edades superior en el periodo 1990-91 respecto al periodo 1985-86. En cambio, en las mujeres adultas y hasta pasados los 80 años, la probabilidad de morir por edades ha disminuido. Como en los niños, la mortalidad de las niñas pràcticamente no se ha modificado. Los paràmetres D, E y F, ahora más difíciles de interpretar, muestran también un aumento de la magnitud de la sobremortalidad y un incremento de la edad en la que la sobremortalidad es máxima de 21 a 26,7 años.

En las figuras 7 y 8 se puede observar la diferencia en la mortalidad por sexos. En todas las edades, los hombres tienen una probabilidad de morir superior. La diferencia es más marcada en las edades jóvenes. Hasta la década de los 90 años de edad no se aproximan las probabilitats de morir por sexo. Como

Figura 5. Ajuste de la probabilitat condicional de morir. Catalunya 1990-91. Dones / Ajuste de la probabilidad condicional de morir. Cataluña 1990-91. Mujeres

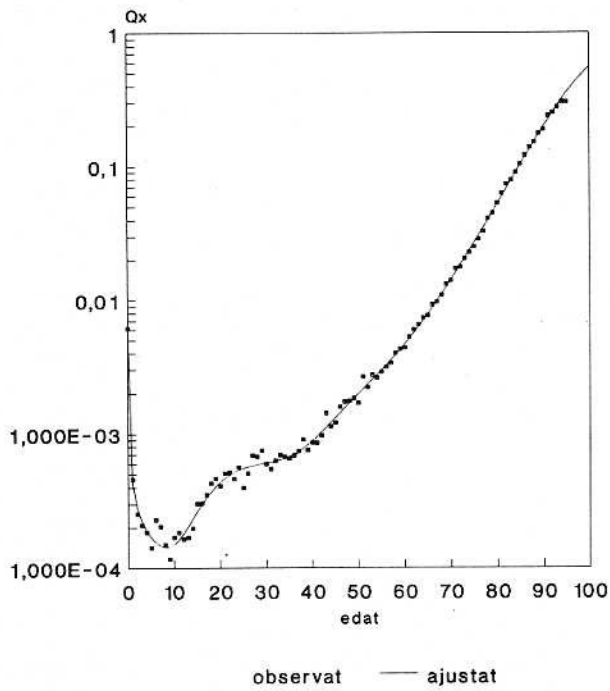


Figura 6. Probabilitat condicional de morir segons l'edat. Catalunya. Dones / Probabilidad condicional de morir según la edad. Cataluña. Mujeres

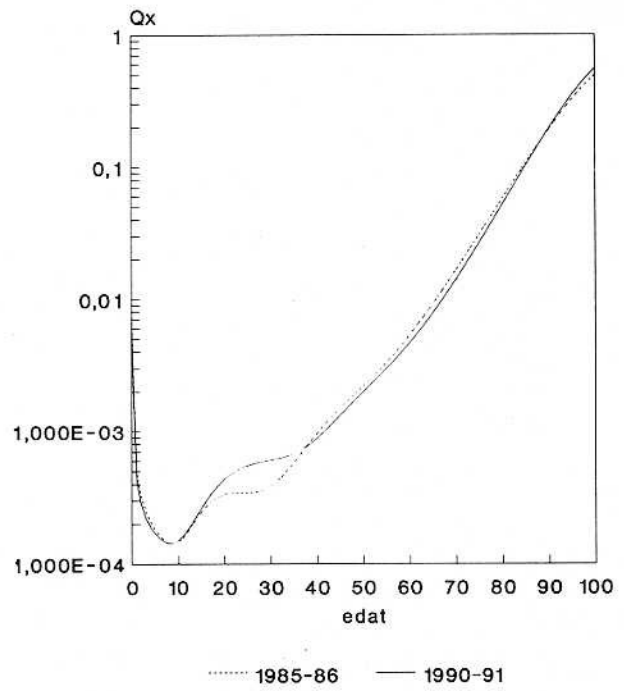


Figura 7. Diferències en la probabilitat condicional de morir segons edat i sexe. Catalunya 1985-86 / Diferencias en la probabilidad condicional de morir según edad y sexo. Cataluña 1985-86

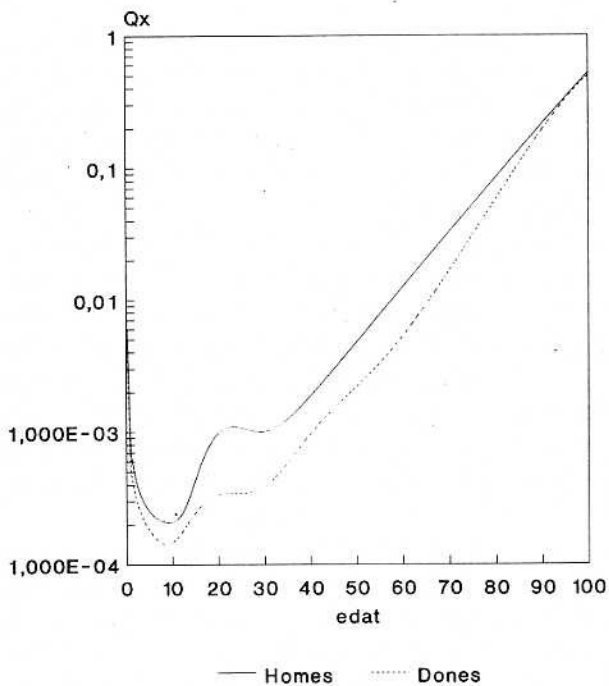
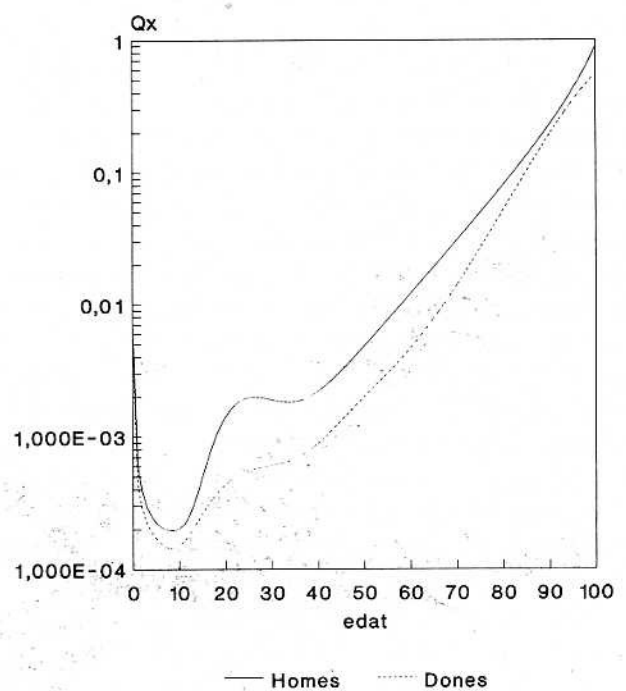


Figura 8. Diferències en la probabilitat condicional de morir segons edat i sexe. Catalunya 1990-91 / Diferencias en la probabilidad condicional de morir según edad y sexo. Cataluña 1990-91



i 8, entre el període 1985-86 i el 1990-91 les diferències en la mortalitat per sexes s'han incrementat. S'ha produït un augment de la diferència entre les esperances de vida en néixer (EVN), indicador que ha passat, en el cas dels homes, de 74,12 anys amb un interval de confiança al 95% (IC) de [74,0-74,25] en el període 1985-86 a 73,85 anys amb un IC de [73,73-73,97] en el període 1990-91. El canvi en l'EV entre el període inicial i el final és estadísticament significatiu i amb pèrdua d'EV en totes les edats inferiors als 28 anys. En canvi, en l'interval d'edat de 35 a 75 anys hi ha un petit guany, també estadísticament significatiu, en l'EV dels homes.

En les dones, tot i augmentar la mortalitat juvenil, ha disminuït l'adulta i s'ha produït una millora en l'EVN que ha passat de 80,09 anys amb un IC de [79,97-80,20] a 80,88 amb un IC de [80,77-80,99] entre els dos períodes analitzats. En totes les edats inferiors a 83 anys hi ha hagut un guany estadísticament significatiu de l'EV.

Les diferències en l'EV entre homes i dones són estadísticament significatives en tots els grups d'edat dins de cada període analitzat. La diferència en l'EVN per sexes ha augmentat en més d'un any al llarg del període i al 1990-91 era de més de set anys.

## Discussió

A l'àmbit sanitari se sol treballar amb els indicadors derivats de les estadístiques de mortalitat observats i no amb els ajustats mitjançant un model matemàtic. Si un ajust s'adapta bé als valors observats, els indicadors obtinguts a partir de les dades observades o de les ajustades difereixen molt poc. I, en cas que l'ajust no reproduïxi els valors observats és millor no utilitzar-lo donat que no és un bon ajust. El benefici que s'obté en ajustar un model teòric, és d'una banda, eliminar les fluctuacions aleatòries de les dades observades i d'altra banda, facilitar les comparacions de diferents experiències de mortalitat. En el nostre estudi la major complexitat del mètode emprat proporciona un increment de la precisió dels estimadors i permet resumir amb 9 paràmetres en els homes i amb 12 paràmetres en les dones l'experiència de mortalitat de tota la població.

Dels models d'ajust descrits a la literatura<sup>1-6, 15-18</sup>, els de H-P tenen l'avantatge addicional d'informar dels trets característics de la mortalitat en les diferents etapes de la vida, la infantesa, la joventut i la vellesa. A més, com passa en la vida de les

se puede observar en las figuras 7 y 8, entre el periodo 1985-86 y el 1990-91 las diferencias en la mortalidad por sexos se han incrementado. Se ha producido un aumento de la diferencia entre las esperanzas de vida al nacer (EVN), indicador que ha pasado, en el caso de los hombres, de 74,12 años, con un intervalo de confianza al 95% (IC) de [74,0-74,25], en el periodo 1985-86 a 73,85 años, con un IC de [73,73-73,97], en el periodo 1990-91. El cambio en la esperanza de vida (EV) entre el periodo inicial y el final es estadísticamente significativo y con pérdida de EV en todas las edades inferiores a los 28 años. En cambio, en el intervalo de edad de 35 a 75 años hay una pequeña ganancia de EV, también estadísticamente significativa.

En las mujeres, aunque ha aumentado la mortalidad juvenil, ha disminuido la adulta y se ha producido una mejora en la EVN la cual ha pasado de 80,09 años con un IC de [79,97-80,20] a 80,88 con un IC de [80,77-80,99] entre los dos periodos analizados. En todas las edades inferiores a 83 años ha habido una ganancia estadísticamente significativa de la EV.

Las diferencias en la EV entre hombres y mujeres son estadísticamente significativas en todos los grupos de edad en cada uno de los periodos analizados. La diferencia en la EVN por sexos ha aumentado en más de un año a lo largo del periodo y en 1990-91 era de más de siete años.

## Discusión

En el ámbito sanitario se suele trabajar con los indicadores derivados de las estadísticas de mortalidad observadas y no con los ajustados mediante un modelo matemático. Si un ajuste se adapta bien a los valores observados, los indicadores obtenidos a partir de los datos observados o de los ajustados difieren muy poco. Y, en el caso que el ajuste no reproduzca los valores observados es mejor no utilizarlo dado que no es un buen ajuste. El beneficio que se obtiene al ajustar un modelo teórico, es por un lado, eliminar las fluctuaciones aleatorias de los datos observados y por otro lado, facilitar las comparaciones de diferentes experiencias de mortalidad. En nuestro estudio la mayor complejidad del método utilizado proporciona un incremento de la precisión de los estimadores y permite resumir con 9 parámetros en los hombres y con 12 parámetros en las mujeres la experiencia de mortalidad de toda la población.

Entre los modelos de ajuste descritos en la literatura<sup>1-6, 15-18</sup>, los de H-P tienen la ventaja adicional de informar de los rasgos característicos de la mortalidad en las diferentes etapas de la vida, la infancia, la juventud y la vejez. Además, al igual que en la vida

persones, els sumands expressats en la fórmula (corresponents a les edats infantil, juvenil-adulta i avançada) actuen simultàniament, encara que en cada tram d'edat un dels components té més pes, per la pròpia expressió de la llei. Ja des del moment de néixer, un individu va envellint i adaptant-se al medi simultàniament. En augmentar l'edat, la sobremortalitat en les edats joves s'afegeix a les anteriors.

Entre les aplicacions més recents de les lleis de H-P destaca la inclusió de les rutines per ajustar les probabilitats de morir per edats, segons el model de H-P, en un paquet de software demogràfic de les Nacions Unides<sup>19</sup>. En un treball de Rogers i Gard<sup>20</sup>, es presenten cinc aplicacions del model a l'estudi de la mortalitat: 1) una anàlisi de sèries temporals dels paràmetres del model, 2) una aplicació a la projecció de la mortalitat, 3) estudis segons causes de mort, 4) una anàlisi de diferències geogràfiques i 5) una anàlisi de diferències específiques per sexe, desagregades per raça. En el nostre treball s'han obtingut els models de mortalitat per als homes i les dones d'una àrea geogràfica en dos períodes de temps recents. La utilització periòdica dels models de H-P facilitaria el seguiment dels canvis de la mortalitat en el temps; l'aplicació dels models en àrees geogràfiques diferents permetria comparar fàcilment les característiques de les seves experiències de mortalitat.

Una de les limitacions de l'ajust del model de H-P es troba en el mètode d'estimació dels seus paràmetres. Donat que les funcions de H-P no són lineals ni linealitzables, cal emprar mètodes d'estimació numèrics. Aquests mètodes parteixen d'una estimació aproximada dels paràmetres, que proporciona el propi usuari, i mitjançant un procés iteratiu s'arriba a determinar un òptim local. Pot ocórrer que depenent del punt de partida, la solució final no sigui sempre la mateixa i per això, és útil avaluar la sensibilitat de les estimacions a canvis en el punt inicial del procés iteratiu. En aquest treball, i només en base a l'observació d'algunes estimacions obtingudes quan es variava el punt inicial, els paràmetres que han mostrat més estabilitat han estat els corresponents a la sobremortalitat juvenil i a la mortalitat adulta. El model ajustat per als homes, funció 2 de H-P, s'ha mostrat més estable que l'ajustat per a les dones. Les fluctuacions més marcades de la mortalitat en els nens, en el cas dels paràmetres A, B i C, i la major complexitat del model (12 paràmetres) en el cas de les dones, poden explicar en part aquest fet.

Per tal de millorar l'ajust és important tenir en compte tant la validesa com la fiabilitat dels

de las personas, los sumandos expresados en la fórmula (correspondientes a las edades infantil, juvenil-adulta y avanzada) actúan simultáneamente, aunque en cada tramo de edad uno de los componentes tiene más peso, por la propia expresión de la ley. Ya desde el momento de nacer, un individuo va envejeciendo y adaptándose al medio simultáneamente. Al aumentar la edad, la sobremortalidad en las edades jóvenes se añade a las anteriores.

Entre las aplicaciones más recientes de las leyes de H-P destaca la inclusión de las rutinas para ajustar las probabilidades de morir por edades, según el modelo de H-P, en un paquete de software demográfico de las Naciones Unidas<sup>19</sup>. En un trabajo de Rogers y Gard<sup>20</sup>, se presentan cinco aplicaciones del modelo al estudio de la mortalidad: 1) un análisis de series temporales de los parámetros del modelo, 2) una aplicación a la proyección de la mortalidad, 3) estudios según causas de muerte, 4) un análisis de diferencias geográficas y 5) un análisis de diferencias específicas por sexo, desagregadas por raza. En nuestro trabajo se han obtenido los modelos de mortalidad para hombres y mujeres de una área geográfica en dos periodos de tiempo recientes. La utilización periódica de los modelos de H-P facilitaría el seguimiento de los cambios de la mortalidad en el tiempo, la aplicación de los modelos en áreas geográficas distintas permitiría comparar fácilmente las características de sus experiencias de mortalidad.

Una de las limitaciones del ajuste del modelo de H-P se encuentra en el método de estimación de sus parámetros. Dado que las funciones de H-P no son lineales ni linealizables, hay que utilizar métodos de estimación numéricos. Estos métodos parten de una estimación aproximada de los parámetros, que proporciona el mismo usuario, y a través de un proceso iterativo se llega a determinar un óptimo local. Puede suceder que dependiendo del punto de partida, la solución final no sea siempre la misma y por este motivo es útil evaluar la sensibilidad de las estimaciones a cambios en el punto inicial del proceso iterativo. En este trabajo, y solamente en base a la observación de algunas estimaciones obtenidas cuando se variaba el punto inicial, los parámetros que han mostrado más estabilidad han sido los correspondientes a la sobremortalidad juvenil y a la mortalidad adulta. El modelo ajustado para los hombres, función 2 de H-P, se ha mostrado más estable que el ajustado para las mujeres. Las fluctuaciones más marcadas de la mortalidad en los niños en el caso de los parámetros A, B y C, y la mayor complejidad del modelo (12 parámetros) en el caso de las mujeres, pueden explicar en parte este hecho.

A fin de mejorar el ajuste es importante tener en cuenta tanto la validez como la fiabilidad de los

quocients de mortalitat observats per edats, informació a partir de la qual s'obtenen els paràmetres del model. Respecte a la validesa, hi ha evidència que les dades de població i de defuncions tenen errors en l'edat de les persones molt grans<sup>21</sup>. Per això, no s'han inclòs en l'ajust els quocients observats de les edats superiors als 95 anys tot i considerant que el model pot quedar ben identificat sense aquesta informació. Pel que fa a la fiabilitat, els quocients de mortalitat observats en les edats que tenen poques defuncions (nens i joves) o en les que hi ha pocs efectius poblacionals (persones molt grans) fluctuen més que els quocients de la resta d'edats. Per aquest motiu, la ponderació dels errors per l'invers de la varianza, que s'ha emprat en aquest treball, permet obtenir un ajust més influït pels quocients de mortalitat més estables i en conseqüència millor.

Una altra de les limitacions dels models de H-P es dóna quan no s'utilitza el mateix model per a grups de població diferents, en aquest cas la comparabilitat paràmetre a paràmetre no es adequada. En el nostre estudi s'han ajustat funcions diferents en cada sexe. En els homes, la funció que ha ajustat millor ha estat la funció 2 de H-P en els dos períodes analitzats. En les dones, de les tres funcions de H-P estudiades, la funció 3 ajustava millor que les funcions 1 i 2 però cap d'elles s'adaptava bé als quocients de les edats adultes. Ha estat necessari afegir un quart terme a la funció 3 de H-P, el qual es pot interpretar com una altra sobremortalitat, en les dones de 40 a 60 anys, la qual s'afegiria a la mortalitat causada per l'envelliment. No obstant això, també podria passar que es produís un enlentiment de la velocitat de creixement de la probabilitat de morir després dels 60 anys. Tant la funció 2 de H-P en els homes com la funció 4 del tipus H-P per a les dones ja donaven el millor ajust en un estudi previ de la mortalitat a Catalunya i Espanya<sup>22</sup>. En canvi, quan Heligman i Pollard van ajustar la mortalitat d' Austràlia de diferents períodes del segle XX, obtenien que el millor ajust per als homes era la funció 3 i per a les dones la funció 2<sup>6</sup>. Cal dir que les funcions 2 i 3 són molt similars en tot el rang d'edats i es diferencien sobretot en la curvatura que fa la funció en les edats més avançades.

Els resultats obtinguts en l'ajust mostren un augment de la mortalitat entre els homes i les dones de 16 a 40 anys entre els períodes 1985-86 i 1990-91, el qual es reflecteix en l'evolució dels paràmetres D, E i F del model de H-P. L'augment de la mortalitat ha estat superior en els homes joves fet que ha produït un increment en les diferències per sexe de la probabilitat de morir. Les causes de mort que

cocientes de mortalidad observados por edades, información a partir de la cual se obtienen los parámetros del modelo. Respecto a la validez, existe evidencia de que los datos de población y de defunciones tienen errores en la edad de las personas muy mayores<sup>21</sup>. Por este motivo, no se han incluido en el ajuste los cocientes observados de las edades superiores a los 95 años, considerando además que el modelo puede resultar bien identificado sin esta información. Respecto a la fiabilidad, los cocientes de mortalidad observados en las edades que hay pocas defunciones (niños y jóvenes) o en las que hay pocos efectivos poblacionales (personas de edad elevada) fluctúan más que los cocientes del resto de edades. Por este motivo, la ponderación de los errores por el inverso de la varianza, que se ha utilizado en este trabajo, permite obtener un ajuste más influido por los cocientes de mortalidad más estables y en consecuencia mejor.

Otra de las limitaciones de los modelos de H-P es da si no se utiliza el mismo modelo para grupos de población diferentes, en cuyo caso la comparabilidad parámetro a parámetro no es adecuada. En nuestro estudio se han ajustado funciones diferentes en cada sexo. En los hombres, la función que ha ajustado mejor ha sido la función 2 de H-P en los dos periodos analizados. En las mujeres, de las tres funciones de H-P estudiadas, la función 3 ajustaba mejor que las funciones 1 y 2 pero ninguna de ellas se adaptaba bien a los cocientes de las edades adultas. Ha sido necesario añadir un cuarto término a la función 3 de H-P, el cual se puede interpretar como otra sobremortalidad, en las mujeres de 40 a 60 años, que se añadiría a la mortalidad causada por el envejecimiento. No obstante, también podría suceder que se produjera un enlentecimiento de la velocidad de crecimiento de la probabilidad de morir después de los 60 años. Tanto la función 2 de H-P en los hombres como la función 4 del tipo H-P para las mujeres ya proporcionaban el mejor ajuste en un estudio previo de la mortalidad en Cataluña y España<sup>22</sup>. En cambio, cuando Heligman y Pollard ajustaron la mortalidad de Australia de diferentes periodos del siglo XX, obtenían que el mejor ajuste para los hombres era la función 3 y para las mujeres la función 2<sup>6</sup>. De hecho, las funciones 2 y 3 son muy similares en todo el rango de edades y se diferencian sobre todo en la curvatura que tiene la función en las edades más avanzadas.

Los resultados obtenidos en el ajuste muestran un aumento de la mortalidad entre los hombres y las mujeres de 16 a 40 años entre los periodos 1985-86 y 1990-91, el cual se refleja en la evolución de los parámetros D, E y F del modelo de H-P. El aumento de la mortalidad ha sido superior en los hombres jóvenes, hecho que ha producido un incremento en las diferencias por sexo de la probabilidad de morir. Las causas de

més han contribuït a l'empitjorament de la mortalitat entre els joves han estat els accidents de vehicles a motor<sup>22,23</sup>, la SIDA<sup>24,25</sup> i les drogues<sup>26</sup>. L'increment, en els dos sexes, de l'edat en que la sobremortalitat juvenil és màxima i també de la durada d'aquesta sobremortalitat es pot explicar per la tendència creixent de l'epidèmia de la SIDA, la qual ha afectat més als grups d'edat entre 25 i 34 anys. A la ciutat de Barcelona la taxa de mortalitat per la SIDA entre els homes de 25 a 34 anys ha passat de 2,6 per 100.000 l'any 1986 a 75,3 per 100.000 l'any 1991<sup>27</sup>. Aquest augment s'ha afegit a l'evolució també creixent de la mortalitat per accidents de trànsit que en aquest cas afectava més als joves de 15 a 24 anys. A Catalunya la taxa de mortalitat per accidents de trànsit entre els homes de 15 a 24 anys ha passat de 32,1 per 100.000 l'any 1986 a 59,7 per 100.000 l'any 1991. Cal dir però que l'any 1992 a Catalunya es va invertir la tendència creixent de la mortalitat per accidents de trànsit i han estat els grups d'edat joves els que més s'han beneficiat d'aquesta reducció<sup>28</sup>.

En les edats adultes, entre els dos períodes, els homes pràcticament no han variat la probabilitat de morir. El model ajustat mostra en el segon període respecte al primer un nivell de partida més elevat de la mortalitat adulta (paràmetre G), un creixement lleugerament més lent de la mortalitat adulta (paràmetre H) i un creixement més marcat al final del rang d'edats (paràmetre K). En les dones adultes el model més complexe dificulta la interpretació dels paràmetres individuals. A diferència dels homes, s'ha produït una davallada de la probabilitat de morir i només en edats superiors als 85 anys la mortalitat del segon període iguala o supera la del primer. El quart terme que s'ha afegit per millorar l'ajust en les dones, indica que la segona sobremortalitat s'ha centrat en els 51 anys d'edat en el període 1985-86 i en els 56 anys en el període 1990-91 (paràmetre F'). Aquest desplaçament de la sobremortalitat aniria més a favor d'un efecte cohort que d'una causa de mort que actua sobre un grup d'edat concret en les dones adultes. Les dones que en el període 1990-91 tenien 56 anys són les nascudes els anys 1934 i 1935. No obstant això, en els homes d'edat similar no s'observa aquest efecte.

La mortalitat dels nens i nenes ha disminuït molt lleugerament entre els dos períodes estudiats. Els paràmetres A (nivell de la mortalitat infantil) i C (velocitat a la que la mortalitat infantil disminueix) així ho mostren. Cal però ser prudents en treure conclusions d'aquests resultats ja que hi ha un nombre reduït de defuncions, sobretot a partir del primer any de vida.

muerte que más han contribuido al aumento de la mortalidad entre los jóvenes han sido los accidentes de vehículos de motor<sup>22,23</sup>, el SIDA<sup>24,25</sup> y las drogas<sup>26</sup>. El incremento, en los dos sexos, de la edad en la cual la sobremortalidad juvenil es máxima y también de la duración de esta sobremortalidad se puede explicar por la tendencia creciente de la epidemia de SIDA, que ha afectado más a los grupos de edad entre 25 y 34 años. En la ciudad de Barcelona la tasa de mortalidad por SIDA entre los hombres de 25 a 34 años ha pasado de 2,6 por 100.000 en el año 1986 a 75,3 por 100.000 en el año 1991<sup>27</sup>. Este aumento se ha añadido a la evolución también creciente de la mortalidad por accidentes de tráfico que, en este caso afectaba más a los jóvenes de 15 a 24 años. En Cataluña la tasa de mortalidad por accidentes de tráfico entre los hombres de 15 a 24 años ha pasado de 32,1 por 100.000 en el año 1986 a 59,7 por 100.000 en el año 1991. No obstante, el año 1992 en Cataluña se invirtió la tendencia creciente de la mortalidad por accidentes de tráfico y han sido los grupos de edad jóvenes los que más se han beneficiado de esta reducción<sup>28</sup>.

En las edades adultas, entre los dos periodos, los hombres prácticamente no han variado la probabilidad de morir. El modelo ajustado muestra en el segundo periodo respecto al primero un nivel de partida más elevado de la mortalidad adulta (parámetro G), un crecimiento ligeramente más lento de la mortalidad adulta (parámetro H) y un crecimiento más marcado al final del rango de edades (parámetro K). En las mujeres adultas el modelo más complejo dificulta la interpretación de los parámetros individuales. A diferencia de los hombres, se ha producido un descenso en la probabilidad de morir y solamente en edades superiores a los 85 años la mortalidad del segundo periodo iguala o supera la del primero. El cuarto término que se ha añadido para mejorar el ajuste en las mujeres indica que la segunda sobremortalidad se centra en los 51 años de edad en el periodo 1985-86 y en los 56 años en el periodo 1990-91 (parámetro F'). Este desplazamiento de la sobremortalidad va más a favor de un efecto cohorte que de una causa de muerte que actúa sobre un grupo de edad concreto en las mujeres adultas. Las mujeres que en el periodo 1990-91 tenían 56 años son las nacidas en los años 1934 y 1935. No obstante, en los hombres de edad similar no se observa este efecto.

La mortalidad de los niños y niñas ha disminuido muy ligeramente entre los dos periodos estudiados. Los parámetros A (nivel de la mortalidad infantil) y C (velocidad a la que la mortalidad infantil disminuye) así lo muestran. Sin embargo, hay que ser prudente al sacar conclusiones de estos resultados dado que hay un número reducido de defunciones, sobre todo a partir del primer año de vida.



En resum, els models de H-P s'han mostrat útils per descriure la mortalitat per edat i sexe de manera més detallada i per analitzar l'evolució del fenomen en el temps. A Catalunya entre mitjans dels 80 i principis dels 90 l'augment de la mortalitat entre els homes joves ha impedit una evolució favorable de l'esperança de vida en néixer (EVN). En les dones, tot i augmentar la mortalitat juvenil, ha disminuït la mortalitat adulta i s'ha produït una millora en l'EVN. La diferència en l'EVN per sexes ha augmentat en més d'un any en un període de cinc anys.

#### Agraïment

A la Carme Borrell pels seus valuosos comentaris i suggeriments. Al Jordi Arderiu, l'Antonio Marín, la Isabel Morillo, la Marta Pascual, la Núria Puig i el Pau Xinxó, ex-alumnes de la facultat de Ciències Econòmiques, per la seva col·laboració en l'elaboració i discussió d'aquest treball.

#### Bibliografia

1. Bloomfield SF, Haberman S. Graduation: some experiments with kernel methods. *J Institut Actuaries* 1987; 114: 339-69.
2. Barnett AR. Criteria of smoothness. *J Institut Actuaries* 1985; 112: 331-67.
3. Gompertz B. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Phil Trans Roy Soc* 1825; 115: 513-85.
4. Makeham WM. On the law of mortality. *J Institut Actuaries* 1867; 13: 325-58.
5. Thiele PN. On a mathematical formula to express the rate of mortality throughout the whole life span. *J Institut Actuaries* 1872; 16: 313-29.
6. Heligman L, Pollard JH. The age pattern of mortality. *J Institut Actuaries* 1980; 107: 49-80.
7. Consorci d'Informació i Documentació de Catalunya. *Padrons Municipals d'habitants de Catalunya. 1986. Estructura de la població: sexe, edat, estat civil*. Barcelona: CIDC, 1988.
8. Institut d'Estadística de Catalunya. *Cens Població 1991. Vol 3. Estructura de la població: sexe, edat i estat civil. Dades municipals*. Barcelona: IEC, 1992.
9. Elandt-Johnson RC, Johnson NL. *Survival models and data analysis*. New York: Wiley, 1980.
10. Departament de Sanitat i Seguretat Social. *Anàlisi de la mortalitat a Catalunya 1983 a 1990*. Barcelona: DSSS, Generalitat de Catalunya, 1985 a 1992.
11. Microsoft Corporation. *Microsoft Fortran for MS-DOS. Release 5.0*. USA: Microsoft Corporation, 1987-1989.
12. Microsoft Corporation. Numerical Algorithms Group (NAG). *Fortran Workstation Library. Release 1*. USA: Microsoft Corporation, 1986.
13. Benjamin B, Pollard JH. *The analysis of mortality and other actuarial statistics*. London: Heinemann, 1980.
14. Chin Long Chiang. *The life table and its applications*. Molabar, Florida: R. E. Krieger, 1984.
15. Forfar DO, McCutcheon JJ, Wilkie AD. On graduation by mathematical formula. *J Institut Actuaries* 1988; 115: 1-149.

En resumen, los modelos de H-P se han mostrado útiles para describir la mortalidad por edad y sexo de manera más detallada y para analizar la evolución del fenómeno en el tiempo. En Cataluña entre mediados de los 80 y principios de los 90 el aumento de la mortalidad entre los hombres jóvenes ha impedido una evolución favorable de la esperanza de vida al nacer (EVN). En las mujeres, a pesar de haber aumentado la mortalidad juvenil, ha disminuido la mortalidad adulta y se ha producido una mejora en la EVN. La diferencia en la EVN por sexos ha aumentado en más de un año en un periodo de cinco años.

#### Agradecimiento

A Carme Borrell por sus valiosos comentarios y sugerencias. A Jordi Arderiu, Antonio Marín, Isabel Morillo, Marta Pascual, Núria Puig y Pau Xinxó, ex-alumnos de la facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Barcelona, por su colaboración en la elaboración y discusión de este trabajo.

16. Perks W. On some experiments in the graduation of mortality statistics. *J Institut Actuaries* 1932; 63: 12-40.
17. Greville TNE. Recent developments in graduation and interpolation. *J Am Stat Soc* 1948; 43: 428-41.
18. Keyfitz N. A unified approach to interpolation and graduation. *Demography* 1966; 3: 528-36.
19. Naciones Unidas. *MORTPAK-LITE: The United Nations software package for mortality measurement*. Interactive software for the IBM-PC and compatibles. Número de venta E.88.XIII.2. Nova York: Naciones Unidas, 1988.
20. Rogers A, Gard K. Applications of the Heligman/Pollard model mortality schedule. *Population Bulletin of the United Nations* 1991; 30: 79-105.
21. Coale AJ, Kisker EE. Mortality crossovers: reality or bad data? *Population Studies* 1986; 40: 389-401.
22. Rué M. *Les lleis de mortalitat: un ajust paramètric per a Catalunya i Espanya* (tesi doctoral). Barcelona: Universitat de Barcelona, Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials, 1992.
23. Giné JM. Mortalidad por accidentes de tráfico en Cataluña y otras comunidades autónomas (1983-1990). *Gac Sanit* 1992; 6: 164-9.
24. Castilla J, Iñigo J, Sendra JM, Tello O. Años potenciales de vida perdidos por síndrome de inmunodeficiencia adquirida en España, 1981-1990. *Med Clí (Barc)* 1993; 100: 245-8.
25. Iglesias B, Caylà JA, Galdós H, Montellà N. Impacto del SIDA en el aumento de la mortalidad prematura en la ciudad de Barcelona (carta). *Med Clí (Barc)* 1993; 101: 676.
26. Roca J. *Epidemiología de la mortalidad por reacción aguda adversa a drogas en la ciudad de Barcelona, 1978-1989* (tesi doctoral). Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona, 1990.
27. Ajuntament de Barcelona. *Mortalitat a la ciutat de Barcelona 1986 i 1991*. Barcelona: Institut Municipal de la Salut, 1987, 1993.
28. Departament de Sanitat i Seguretat Social. Seguiment de la mortalitat per accidents de trànsit en els residents a Catalunya. *Butlletí Epidemiològic de Catalunya* 1993; 12: 99-105.